**Соответствуют ли уравнения для запаздывающих  
потенциалов калибровке Лоренца?**

А.Ю.Дроздов

Поле векторного потенциала создаваемое движущимся равномерно и прямолинейно зарядом, рассчитывается в классической электродинамике в соответствии с



Математически это выражение является решением уравнения Даламбера для векторного потенциала. Представляет интерес задаться вопросом, соответствует ли это выражение калибровке Лоренца? Для этого проследим за выкладками (Тамм, 1957) §96, в котором он ищет выражение для дивергенции от



Применяя уравнение векторного анализа 



Так как аргумент вектора  зависит от  только через посредством эффективного времени , то



Окончательно



С другой стороны, очевидно, что



где  и  в отличие от  и  означает дифференцирование по координатам истока . После преобразований



Приняв во внимание, что уравнение  в теперешних обозначениях принимает вид  и сравнивая выражения для и 



Стало быть из получено Таммом



Первый из этих интегралов может быть преобразован с помощью теоремы Гаусса в интеграл по поверхности , охватывающей объём 



Далее Тамм пишет: «если распространить интегрирование на все бесконечное пространство, то этот интеграл обратится в нуль, если только все электрические токи сосредоточены в конечной области пространства». Однако аналогичный интеграл встречается у Тамма в §46, в котором рассматривая пондемоторное взаимодействие постоянных токов, Тамм не распространял интегрирование на все бесконечное пространство, а писал, что «интегрирование должно быть распространено по поверхности всех обтекаемых током проводников».

И это верно в рамках представлений классической электродинамики, поскольку классическая электродинамика при вычислении векторного потенциала (как в калибровке Кулона, так и в калибровке Лоренца) производит интегрирование только лишь по объёму токов проводимости, занимающих конечный объём, но не производит интегрирование по объёму токов смещения, занимающих все бесконечное пространство. Следовательно, попытка Тамма при вычислении интеграла по объёму токов проводимости «распространить интегрирование на все бесконечное пространство» является, на мой взгляд, математически некорректной.

Самое интересное, что, перевернув страницу, в продолжении доказательства Тамма можно встретить ещё одно утверждение, в математической корректности которого есть определённые сомнения. Тамм пишет: «обратимся теперь к правой части соотношения (96.3).



В виду уравнения (95.5)  для произвольной функции  имеем



Поэтому дифференцируя уравнение (96.3) по времени под знаком интеграла», Тамм получает:



Здесь следует обратить внимание, что приравнивание единице не корректно.

Чтобы это показать, найдём производную запаздывающего момента  по времени 

Дифференцируя  по  получаем . Значение находим так



Далее учитывая что  имеем  теперь преобразуется к  решая которое получаем 

Отсюда правильно производную скалярного потенциала по времени записать так  


Применяя соотношение непрерывности в виде , убеждаемся что  


Допуская применимость калибровки Лоренца  запишем следующее соотношение



Или



Из вышеизложенного видно, что доказательство соответствия решения уравнения Даламбера калибровке Лоренца, приведенное Таммом содержит две математические некорректности.

Из вышеизложенного становится очевидным, что приём распространения интегрирования по токам проводимости на все бесконечное пространство не верен. Потому что при обнулении интеграла по  в последнем соотношении мы приходим к очевидному неравенству, следствием которого становится неприменимость соотношения Лоренца для потенциалов.

С другой стороны, справедливость полученного в данной работе соотношения для произвольных токовых систем также не является очевидной.

Преобразуем этот интеграл



Делаем обратную замену в левой части по тереме Гаусса



Поскольку это равенство должно выполняться для любого объёма токовых систем, то это даёт нам право приравнять подынтегральные выражения.



Физический смысл полученного выражения требует исследования. Левая часть этого выражения уже преобразовывалась Таммом в следующем виде



Опять применяя соотношение непрерывности в виде , и возвращая правую часть равенства получаем



Сокращаем

